I. Ecriture fractionnaire

1. Définition

Dividende

Diviseur

a et b sont deux nombres, et b ≠ 0.

Le quotient de a par b se note a ÷ b, ou $\frac{a}{b}$ (écriture fractionnaire)

numérateur $\frac{a}{b}$ dénominateur

- **Exemple**

$\frac{2,5}{10}$ est une écriture fractionnaire du quotient de 2,5 par 10, donc $\frac{2,5}{10}$ = 0,25.

- **Remarque**

Certains quotients ont une écriture décimale exacte car la division se termine.

D'autres n'en ont pas car la division ne se termine.

Ainsi, $\frac{3,5}{2}$ = 3,5 ÷ 2 = 0,75 ; $\frac{1}{4}$ = 0,25, mais $\frac{5}{6}$ n'a pas d'écriture décimale exacte.

2. Lien entre écriture fractionnaire et multiplication

a et b sont deux nombres, et b ≠ 0.

Le quotient de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a, donc lorsque le quotient est écrit sous forme fractionnaire, on obtient : $\boxed{\frac{a}{b} \times b = a}$ ou encore $\boxed{b \times \frac{a}{b} = a}$

- **Exemples :** $3 \times \frac{0,7}{3} = 0,7$; $\frac{4}{11} \times 11 = 4$

II. Fractions

1. Définition

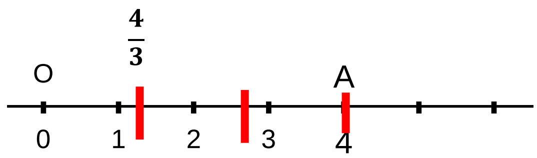
Lorsque a et b sont deux nombres **entiers**, on dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

- **Exemples :** $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$ sont des fractions. $\frac{3,5}{2}$ n'est pas une fraction.

2. Fractions et droite graduée

Pour repérer le nombre $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, où a et b sont deux nombres entiers ($b \neq 0$), deux méthodes sont possibles :

- On détermine une valeur approchée de $\frac{a}{b}$;
- On place le point A d'abscisse a et on partage le segment [OA] en b parties égales.



3. Lien entre fraction et proportion

- **Exemple :**

  Dans la classe de $5^{ème}$ 1, il y a 18 garçons sur un total de 30 élèves.

  On dit que la **proportion de garçons** dans cette classe est de $\mathbf{\frac{18}{30}}$.

III. Multiples et diviseurs (rappel de $6^{ème}$)

1. Définition

Un nombre entier **a est divisible par** un nombre entier non nul **b** signifie que **le reste de la division euclidienne de a par b est égal à zéro.**

Dans ce cas, on peut alors écrire a = b × q avec q entier.

On dit aussi que **a est un multiple de b**,

a est divisible par b,

b est un diviseur de a,

b divise a.

- **Exemple :**

306 est-il divisible par 17 ?

3 0 6	1 7
- 1 7	1 8
1 3 6	
- 1 3 6	
0 0 0	

Le reste de la division euclidienne de 306 par 17 est égal à zéro,

donc 306 est divisible par 17.

2. Critères de divisibilité

- Un nombre est **divisible par 2** s'il **se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8**.
    - **Exemple :** 7 456 est divisible par 2 car il se termine par 6
- Un nombre est **divisible par 5** s'il **se termine par 0 ou 5**.
    - **Exemple :** 9 435 est divisible par 5 car il se termine par 5.
- Un nombre est **divisible par 10** s'il **se termine par 0**.
    - **Exemple :** 7 450 est divisible par 10 car il se termine par 0.
- Un nombre est **divisible par 3** si la **somme des chiffres** qui le composent est **divisible par 3**.
    - **Exemple :** 5 370 est divisible par 3 car 5 + 3 + 7 + 0 = 15 et 15 est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 9 si la **somme des chiffres** qui le composent est **divisible par 9**.
    - **Exemple :** 7 542 est divisible par 9 car 7 + 5 + 4 + 2 = 18 et 18 est divisible par 9.

IV. Egalité de quotients

1. Propriété des quotients

Propriété

Le quotient de 2 nombres ne change pas si on multiplie ou si on divise ces deux nombres par un même nombre non nul.

Ainsi, $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ (avec b ≠ 0 et k ≠ 0)

Et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

- **Exemples**

  $\frac{2{,}5}{3{,}2} = \frac{2{,}5 \times 10}{3{,}2 \times 10} = \frac{25}{32}$; $\frac{10}{6} = \frac{10 \div 2}{6 \div 2} = \frac{5}{3}$; On dit qu'on a simplifié la fraction $\frac{10}{6}$.

2. Application à la simplification de fractions

Définition

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

- **Exemples :**

$\frac{25}{35} = \frac{5 \times 5}{5 \times 7} = \frac{5}{7}$ $\frac{42}{56} = \frac{2 \times 21}{2 \times 28} = \frac{21}{28} = \frac{7 \times 3}{7 \times 4} = \frac{3}{4}$

Remarques

- ✓ On cherche à obtenir une fraction avec une écriture la plus simple possible.
- ✓ Parfois on peut simplifier une fraction en plusieurs étapes.
- ✓ Lorsque la fraction trouvée n'admet plus de simplification, on dit qu'il s'agit d'une fraction irréductible.

- **Exemple** : $\frac{3}{4}$ est une fraction irréductible.

V. Egalité des produits en croix

Propriété : (démontrée en activité)

a, b, c, d sont des nombres. $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $ad = bc$

- Réciproquement, si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Exemples

a. Les fractions $\frac{20}{35}$ et $\frac{24}{42}$ sont-elles égales ?

On calcule les produits en croix. 20 × 42 = 840 et 35 × 24 = 840.
Les produits en croix sont égaux, donc les fractions sont égales : $\frac{20}{35} = \frac{24}{42}$

b. Compléter l'égalité $\frac{23}{15} = \frac{207}{?}$

207 × 15 = 3 105. 3105 ÷ 23 = 135, donc $\frac{23}{15} = \frac{207}{\mathbf{135}}$

VI. Notion de ratio

Définition

On dit que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

- **Exemple :**

Les nombres 14 et 21 sont dans le ratio 2 : 3 car $\frac{14}{2} = \frac{21}{3}$

Remarque :

Si deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3, alors on a aussi $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

Définition

On dit que trois nombres a b et c sont dans le ratio 2 : 3 : 4 si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$

- **Exemple :**

Les nombres 8 12 et 16 sont dans le ratio 2 : 3 : 4 car $\frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4}$.